

Distribuições Estacionárias de Velocidade e Direção para um Novo Modelo de Mobilidade Markoviano Baseado em um Processo de Nascimento e Morte*

Luís Felipe M. de Moraes¹, Eduardo Hargreaves¹

¹Laboratório de Redes de Alta Velocidade - RAVEL
Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - Coppe/UFRJ
Caixa Postal 68.511 – 21.941-972 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

{moraes, eduardo}@ravel.ufrj.br

Abstract. *This paper presents a new Markovian mobility model based on a birth-death stochastic process. By exploiting the special structures of the model, explicit expressions for the steady-states distributions of direction and speed can be found, even when the number of states becomes very large. These expressions help to understand how the parameters of the model influence the movement pattern of mobile nodes. Thus, it is possible to adjust the parameters according to the movement profile intended to be represented.*

Resumo. *Neste trabalho é proposto um novo modelo de mobilidade Markoviano baseado em um processo de nascimento e morte. Suas estruturas especiais o tornam analiticamente tratável permitindo assim a obtenção de fórmulas fechadas para as distribuições estacionárias de velocidade e de direção, mesmo quando o número de estados da cadeia de Markov é muito grande. Estas fórmulas ajudam a entender como os parâmetros influenciam o perfil de movimentação de uma estação móvel. É possível, desta forma, ajustar tais parâmetros de acordo com o perfil de movimentação que se quer representar.*

1. Introdução

As redes *Ad Hoc* são redes sem fio que recentemente vêm sendo amplamente estudadas. Neste tipo de rede os dispositivos computacionais são capazes de trocar informações entre si sem a necessidade de nenhuma infra-estrutura pré-existente [Perkins 2001]. Estas redes se auto-configuram e se auto-organizam dinamicamente de forma totalmente distribuída. Devido a estas características estas redes são importantíssimas porque se formam instantaneamente, se configuram dinamicamente, provêm uma grande flexibilidade acrescentando então novas aplicações às redes sem fio [Prehofer and Bettstetter 2005].

O suporte a mobilidade implica em uma série de novos desafios e problemas, entre eles: necessidade de desenvolvimento de protocolos de roteamento específicos, busca por qualidade de serviço, cálculo da capacidade máxima e consumo de energia. Nestas avaliações, modelos de mobilidade são empregados na tentativa de representar a movimentação dos usuários. Uma vez que os sistemas móveis são caracterizados pela sua

*Este trabalho é apoiado pela FINEP através do Projeto Institucional Número 0104083100 intitulado "Aspectos de Qualidade de Serviço para a plataforma TRAVIS- QoS"

movimentação, a natureza do movimento (velocidade, direção e taxa de mudança de direção) pode ter um impacto significativo nos resultados das soluções desenvolvidas, podendo inclusive levar a conclusões equivocadas. Portanto, é de extrema importância a busca por modelos de mobilidades mais próximos da realidade ou que pelo menos, capturem as características mais relevantes de movimentação de usuários reais. Pesquisas em torno de uma representação mais realista têm sido realizadas recentemente [da Silva et al. 2004] [Jardosh et al. 2003] [Camp et al. 2002] [Campos et al. 2004].

Este trabalho foi motivado por recentes descobertas no campo da modelagem da mobilidade indicando que alguns modelos de mobilidade apesar de simples à primeira vista apresentam comportamentos complexos [Le Boudec and Vojnovic 2005]. Entre estes comportamentos pode-se citar: a redução da velocidade com o passar do tempo [Yoon et al. 2003], concentração dos nós [Navidi and Camp 2004] e [Bettstetter et al. 2003], e lenta convergência para o estado estacionário [Camp et al. 2002] e [Le Boudec and Vojnovic 2005]. Estas características, que não são intuitivas e só foram descobertas quando as distribuições estacionárias dos modelos em questão foram encontradas, podem influenciar os resultados das simulações que envolvem a mobilidade.

Portanto o objetivo principal deste artigo é tentar aumentar a precisão dos resultados obtidos através das simulações. Como os modelos de mobilidade tem um impacto significativo nestes resultados, o conhecimento das distribuições estacionárias serve para entender como as estações se movem, porque elas agem desta forma e como a mobilidade influencia os resultados obtidos. Além disto, os autores acreditam que o conhecimento destas distribuições podem ter um grande valor no desenvolvimento de modelos analíticos para a avaliação de desempenho deste tipo de rede.

Para a criação de modelos de mobilidade analiticamente tratáveis, isto é, passíveis de obter fórmulas fechadas para distribuições de probabilidade de velocidade, direção e mudança de direção, é necessário a criação de modelos simples mas que mesmo assim, descrevam padrões de movimentações coerentes.

Sendo assim, neste trabalho foi proposto um modelo de mobilidade Markoviano, com estruturas especiais, semelhante a um processo estocástico de nascimento e morte. Tais estruturas quando exploradas, permitem uma avaliação mais profunda, levando-se a fórmulas fechadas para as distribuições de probabilidade no estado estacionário, mesmo quando o número de estados da cadeia de Markov é muito grande. Estas fórmulas ajudam a entender como os parâmetros influenciam o perfil de movimentação de uma estação móvel (EM) permitindo um melhor ajuste dos mesmos. Através das fórmulas é possível saber como definir perfis de alta ou baixa velocidade, perfis com muitas ou poucas mudanças de direção e entender como os nós se movimentam.

O artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 são apresentados os principais modelos de mobilidade; na Seção 3 é novo modelo é proposto; na Seção 4 é descrita a modelagem analítica para a distribuição da velocidade e da direção nos estados estacionários; na Seção 5 são apresentados os resultados numéricos e por fim, na Seção 6, é feita a conclusão do trabalho e perspectivas de trabalhos futuros são apresentadas.

2. Modelos de Mobilidade

Os modelos de mobilidade são empregados na avaliação de desempenho de redes móveis. Um bom modelo deve tentar imitar os padrões de movimentação de uma estação móvel real de modo que suas variações de velocidade e direção ocorram semelhantemente à maneira como elas ocorrem no mundo real.

Sendo assim, a arte da modelagem de movimentação consiste na criação de modelos que possuam algumas características esperadas de movimentação de usuários reais. De acordo com [Hong et al. 1999] e [Camp et al. 2002] não é realista um modelo de mobilidade onde as novas velocidades e direções não sejam correlacionadas com as velocidades e direções anteriores. Isto quer dizer que uma movimentação real é feita com um senso de direção e não aleatoriamente.

A maioria das simulações inicialmente distribuem os nós dentro da área de simulação de acordo com alguma distribuição inicial. A partir deste instante os modelos de mobilidade ditam os próximos passos do móvel. O objetivo desta seção é descrever alguns dos muitos modelos de mobilidade encontrados na literatura. Existem na literatura uma enorme variedade de modelos de mobilidade que encontram aplicações em diferentes tipos de simulações ou estudos analíticos de redes sem fio. Excelentes tutoriais sobre o assunto podem ser encontrados em [Bettstetter 2001] e [Camp et al. 2002].

2.1. RWP

Neste modelo o posicionamento inicial dos nós é aleatório e usualmente segue uma distribuição de probabilidade uniforme dentro da área de simulação. A estação permanece nesta posição por um intervalo de tempo aleatório chamado de *tempo de pausa*. Após o término deste período a estação escolhe uma nova posição uniformemente dentro da área de simulação. A velocidade de deslocamento do nó V entre a origem e o destino é uniformemente distribuída entre v_{min} e v_{max} . O nó percorre o seu caminho até o destino com esta velocidade constante V . Uma vez alcançado o destino, fica estático durante o tempo de pausa e após o término deste período o processo é reiniciado.

O (RWP) é o modelo mais empregado em simulações de redes *ad hoc*. De acordo com [Kurkowski et al. 2005], 64% dos artigos da conferência Mobihoc entre 2000 e 2004 que envolveram mobilidade usaram o RWP. Por ser o mais utilizado em simulações, o RWP foi exaustivamente pesquisado. Nestes estudos foram descobertas várias características capazes de influenciar dramaticamente os resultados obtidos quando este modelo é empregado. O RWP foi inicialmente investigado em [Yoon et al. 2003]. Neste trabalho foi demonstrado a redução da velocidade média com o passar do tempo. Este efeito é causado pela diferença entre a média dos eventos e a média no tempo e é conhecido como *Paradoxo de Feller* [Le Boudec and Veitch 2004]. Mesmo sendo a velocidade nos instantes de transição uniformemente distribuída, os nós que escolherem velocidades muito baixas levarão mais tempo para alcançar o destino do que os nós que escolherem velocidades altas. Este efeito faz com a velocidade média amostrada em intervalos de tempo constantes seja bem menor do que a velocidade média amostrada apenas nos instantes onde houve um evento de transição. Em [Lin et al. 2004] o RWP foi caracterizado como um processo de renovação e fórmulas para a distribuição estacionária da velocidade foram encontradas. Com o conhecimento destas fórmulas, foi possível descobrir a solução para esta redução involuntária da velocidade.

Em [Navidi and Camp 2004], [Bettstetter et al. 2003] estudou-se o comportamento da distribuição estacionária dos nós quando estes se locomovem de acordo com o RWP. Em ambos os trabalhos citados foi comprovado que a distribuição dos nós não é uniforme dentro da área de simulação. Esta característica é indesejável uma vez que a maioria dos modelos analíticos assume que a distribuição dos nós é uniforme. Uma vez que a distribuição inicial é uniforme, e a distribuição estacionária não é, analisar o sistema no estado transiente pode causar erros na análise dos resultados. Em [Le Boudec and Vojnovic 2005] foi empregado o *Palm Calculus* para obter fórmulas estacionárias de densidade e velocidade do RWP e também foi proposto um algoritmo para iniciar as simulações já no estado estacionário. Em [Navidi and Camp 2004], [Bettstetter et al. 2003], [Lin et al. 2004] também foram propostas soluções para redução do impacto da transiência dos modelos de mobilidade.

O RWP é um modelo sem memória porque a escolha da velocidade e do novo destino não tem nenhuma relação com a velocidade e o destino anterior. E este é um dos maiores defeitos deste modelo. Este problema é agravado quando a área de simulação é pequena ou a velocidade é muito alta.

2.2. Smooth

Este modelo tenta ser realista através de duas características: a velocidade é variada gradativamente de acordo com a aceleração do nó e as mudanças de direção geralmente são suaves durando alguns passos até que uma nova direção seja encontrada. Ele implementa dois processos estocásticos para guiar as mudanças de velocidade e direção. A cada deslocamento de um nó, é gerado um número aleatório e, em função de uma probabilidade p_d , haverá ou não uma mudança de direção. Se houver, uma nova direção é escolhida uniformemente no intervalo $[0, 2\pi]$. Em função de uma probabilidade p_v haverá ou não uma mudança de velocidade. Se houver, um valor dentro de um conjunto de velocidades preferenciais é escolhido aleatoriamente respeitando as probabilidades de cada velocidade preferencial.

As alterações de velocidade são suaves. Uma aceleração é escolhida uniformemente no intervalo $[aMin; aMax]$. Deste modo, as alterações de velocidade são gradativamente realizadas até que se atinja a velocidade final. Vale observar que a velocidade final só será atingida se não ocorrer nenhuma alteração de velocidade durante esta fase de aumento de velocidade gradativa.

2.3. MMIG

Este modelo de mobilidade [Campos 2003] usa uma cadeia de Markov de parâmetro discreto [Kleinrock 1975] para simular a movimentação de um nó. A idéia é usar a memória contida nos estados da cadeia de Markov para dar um senso de direção ao deslocamento de um nó.

Neste modelo são utilizadas duas cadeias de Markov: uma para deslocamentos na coordenada x e outra para deslocamentos na coordenada y . Em cada unidade de tempo, em função do estado da cadeia é escolhido um deslocamento na direção x e outro na direção y .

A cadeia de Markov possui probabilidade m de mudança para os estados à direita e probabilidade m de mudança para os estados à esquerda, consequentemente a probabi-

lidade de permanência no mesmo estado vale $(1 - 2m)$. Nesse modelo é atribuído um conjunto de valores de incrementos na posição inicial do nó, que variará no intervalo $[0, n]$. Esse incremento representa a variação do valor da velocidade e segue o comportamento de uma série geométrica onde o valor inicial é 1 e o valor máximo é n . Desta forma, o modelo permite um movimento suave com diversas velocidades resultantes.

Ajustando os valores de m , e n é possível definir uma movimentação suave com pequenas variações de velocidade, representando por exemplo, o deslocamento de pessoas, bem como grandes acelerações, representando o deslocamento de veículos.

3. Modelo Proposto

Com base nas observações feitas nas seções anteriores, e seguindo a premissa de que os nós devem se mover com um senso de direção e não aleatoriamente [Camp et al. 2002], foi proposto um modelo Markoviano de mobilidade de parâmetro contínuo. De modo semelhante ao MMIG, o senso de direção de um nó que se desloca de acordo com o modelo proposto é devido a memória contida nos estados da cadeia de Markov.

A dificuldade em se obter as distribuições estacionárias do MMIG é decorrente principalmente do fato de haver muitas probabilidades de transições entre estados. Normalmente se a cadeia de Markov não apresenta nenhuma estrutura especial que permite simplificar os sistemas de equações lineares complexos, a solução de cadeias de Markov só é possível através de métodos numéricos como a fatoração LU, o método de eliminação de Gauss ou o método iterativo de Gauss-Siedel [Haverkort 1998].

A solução adotada no modelo proposto foi permitir apenas transições entre estados adjacentes. Desta forma o novo modelo é semelhante a um processo estocástico de nascimento e morte que é uma classe especial de cadeia de Markov muito importante utilizada para modelar mudanças no tamanho de uma população e que teve um papel fundamental no desenvolvimento da teoria de filas [Kleinrock 1975]. Talvez este processo também tenha um papel fundamental na descrição de movimentação de indivíduos.

No modelo, a velocidade é governada pela cadeia Markov. Como a velocidade é uma grandeza vetorial, a distribuição de probabilidade de direção de movimentação dos nós também é um processo estocástico Markoviano logo, os nós se movimentam com uma tendência de permanecer na mesma direção ou em direções próximas.

3.1. Descrição do modelo

O modelo usa uma cadeia de Markov de parâmetro contínuo para governar o movimento na direção x e outra na direção y . As transições ocorrem independentemente em cada uma das cadeias. A probabilidade de no instante t a estação móvel estar no estado v é denotada simplificada como:

$$P_v(t) \triangleq P[V(t) = v] \quad (1)$$

A velocidade resultante é a soma vetorial das duas cadeias conforme a equação (2)¹:

¹No sistema de coordenadas retangulares (x,y) os símbolos especiais \vec{i} e \vec{j} são usados para os vetores unitários nas direções x e y ; ou seja, $\vec{i} = (1,0)$ e $\vec{j} = (0,1)$.

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \quad (2)$$

Desta forma o módulo da velocidade é dado por (3):

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (3)$$

e a direção de movimentação é dada por (4):

$$\theta = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (4)$$

O deslocamento na direção \vec{x} no intervalo de tempo Δt é dado por 5:

$$\Delta x = V_x \Delta t \quad (5)$$

Similarmente o deslocamento na direção \vec{y} no intervalo de tempo Δt é dado por (6):

$$\Delta y = V_y \Delta t \quad (6)$$

Para representar os possíveis valores de velocidade são definidos os parâmetros b , V_{max} , $|V_{max}^{\vec{}}|$ e N .

- $b \rightarrow$ é a base do número que representa a variação da velocidade da EM durante uma transição
- $V_{max} \rightarrow$ é a velocidade máxima de locomoção em um determinado sentido. Por convenção adotou-se que é o mesmo valor para ambos os sentidos nas duas coordenadas.
- $|V_{max}^{\vec{}}| \rightarrow$ é o módulo da velocidade máxima.
- $N \rightarrow$ é o número de estados entre a velocidade zero (repouso) e a velocidade máxima

Desta forma a equação que relaciona os estados com a velocidade em uma direção é (7):

$$V = b^n \quad -N < n < N \quad n \in \mathbb{Z}; \quad (7)$$

Quando o estado da cadeia x é n e o estado da cadeia y é m , o módulo da velocidade resultante é dado por (8) e a direção deste vetor vale (9):

$$|\vec{V}| = \sqrt{b^n + b^m} \quad (8)$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{b^m}{b^n}\right) \quad (9)$$

Uma vez definida a base e a velocidade máxima, o valor de N é dado por (10):

$$N = \log_b(V_{max}) \quad (10)$$

O módulo da velocidade máxima é dada por (11):

$$|V_{max}^{\vec{}}| = 2\sqrt{V_{max}} \quad (11)$$

Valores negativos de V significam que a estação móvel se desloca no sentido negativo em determinada direção. Como a velocidade varia entre $v_{max} = b^N$ e $-v_{max} = -b^N$, percebe-se que a cadeia tem $2N+1$ estados.

Dado que o estado da cadeia é b^n a taxa com que sua velocidade aumenta é λ e a taxa com que sua velocidade diminui é μ . Como o sistema é Markoviano, a probabilidade do sistema permanecer no estado n é função apenas do estado atual e é independente de quanto tempo o sistema está neste estado. Por isto diz-se que a distribuição do tempo remanescente em um determinado estado é sem memória [Kleinrock 1975]. Em tempo contínuo a única variável aleatória com esta propriedade é a exponencial. Portanto o tempo em que uma estação permanece se movendo a uma determinada velocidade é uma variável aleatória exponencialmente distribuída com média $\frac{1}{\lambda+\mu}$. Desta forma a taxa com que a estação muda de velocidade, em uma determinada direção, é dada por $\lambda + \mu$.

Quando a componente de velocidade é máxima, o único evento que pode acontecer é uma redução da velocidade. Este evento ocorre com uma taxa μ . Se a componente for zero, a estação só pode aumentar sua velocidade. Desta forma no estado especial zero a taxa com a qual a estação sai deste estado é 2λ . O diagrama de transição de estados representado na figura 1 auxíia a compreender melhor o comportamento do modelo de mobilidade.

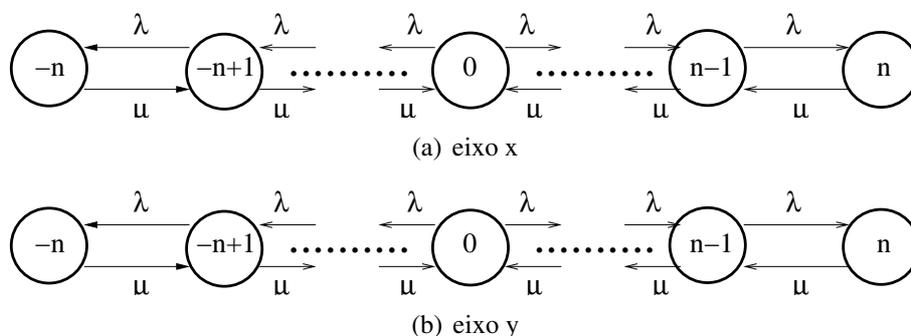


Figura 1. Cadeias de Markov governando a movimentação: (a)no eixo x, (b)no eixo y

As transições são permitidas apenas entre as velocidades vizinhas $v-1$, v e $v+1$.O diagrama de transição de estados representado na figura 2 ilustra o funcionamento do modelo.

Para analisarmos a velocidade resultante, basta notar que esta é a soma vetorial das velocidades governadas independentemente pelas duas cadeias conforme (2). Portanto a fração do tempo em que a velocidade foi $\vec{V} = b^n \vec{i} + b^m \vec{j}$ é dada pela fração do tempo em que a cadeia x esteve no estado n multiplicado pela fração do tempo em que a cadeia y esteve no estado m. Esta igualdade está descrita na equação (12).

$$P_v = P[V_x = b^n]P[V_y = b^m] \quad \text{tal que} \quad v = \sqrt{b^n + b^m} \quad (12)$$

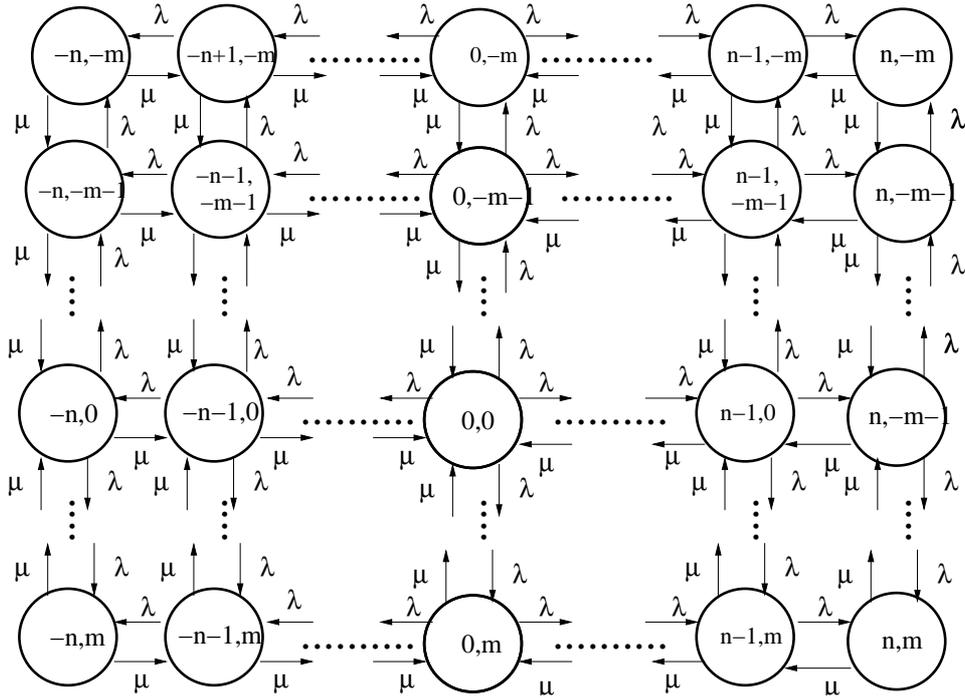


Figura 2. Diagrama de estados com duas variáveis de estado

4. Distribuições Estacionárias

4.1. Análise Estacionária da Distribuição da Velocidade

O objetivo desta seção é descobrir qual é a fração do tempo em que a velocidade da estação móvel é igual a v no regime estacionário, ou seja, descobrir as probabilidades da velocidade valer v em dado instante de tempo.

Assumindo que as taxas de mudança de estados são constantes, para se resolver a cadeia de Markov no estado estacionário deve-se resolver as equações de equilíbrio do sistema. Uma vez que o sistema atingiu o equilíbrio, o número de vezes que o sistema entrou no estado n é igual ao número de vezes que o sistema saiu do estado n [Kleinrock 1975]. A probabilidade do sistema sair do estado n , é igual a probabilidade do sistema estar no estado n , vezes a taxa com a qual ele sai do estado n . Desta forma:

$$\begin{aligned} p_n \mu &= p_{n+1} \lambda \quad \text{se } n = -N \text{ ou } n = N; \\ (\lambda + \mu) p_n &= \lambda p_{n-1} + \mu p_{n+1} \quad \text{se } -N < n < N \quad n \in \mathbb{Z}; \end{aligned} \quad (13)$$

Começando a analisar o sistema da direita para a esquerda (começando a partir do estado N).

$$p_N \mu = p_{N-1} \lambda \quad (14)$$

$$p_{N-1} = \left(\frac{\mu}{\lambda} \right) p_N \quad (15)$$

Analisando o estado $N - 1$:

$$(\lambda + \mu) p_{N-1} = \lambda p_{N-2} + \mu p_N \quad (16)$$

Substituindo-se (15) em (16):

$$p_{N-2} = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 p_N \quad (17)$$

Examinando-se a equação (17) observa-se que a solução para $0 \leq n \leq N$ é do tipo:

$$p_n = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-n} p_N \quad 0 \leq n \leq N \quad (18)$$

Resolvendo as equações de equilíbrio para o estado especial $n=0$:

$$\mu p_{-1} + \mu p_1 = 2\lambda p_0 \quad (19)$$

Substituindo a equação (18) para $n=0$ e $n=1$ em (19):

$$\mu \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-1} p_N + \mu p_{-1} = 2\lambda \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N p_N \quad (20)$$

Reescrevendo o lado direito da equação:

$$\mu p_{-1} = 2\mu \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-1} p_N - \mu \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-1} p_N \quad (21)$$

Dividindo o lado direito por μ :

$$p_{-1} = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-1} p_N = p_1 \quad (22)$$

A partir da equação (22) observa-se uma simetria uma vez que $p_1 = p_{-1}$. Esta simetria vale para todos os estados. Desta forma é possível obter a fórmula geral dada por (23):

$$p_n = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-|n|} p_N \quad -N \leq n \leq N \quad (23)$$

Para encontrarmos as probabilidades no estado estacionário, deve-se lembrar que a soma das probabilidades de se estar em qualquer um dos estado da cadeia é 1. Portanto:

$$\sum_{n=-N}^{n=N} p_n = 1 \quad (24)$$

Substituindo (23) em (24) e fazendo valer a simetria:

$$2 \sum_{n=1}^{n=N} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-n} p_N + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N p_N = 1 \quad (25)$$

Como:

$$\sum_{n=1}^{n=N} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-n} = \sum_{n=0}^{n=N-1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N = \frac{1 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N}{1 - \frac{\mu}{\lambda}} \quad (26)$$

Substituindo-se (26) em (25):

$$P_N \left[2 \left(\frac{1 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N}{1 - \frac{\mu}{\lambda}} \right) + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N \right] = 1 \quad (27)$$

Após algumas manipulações algébricas:

$$P_N = \frac{1 - \frac{\mu}{\lambda}}{2 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N+1}} \quad (28)$$

Substituindo-se (28) em (23) pode obter a distribuição estacionária do modelo em 1 dimensão:

$$P_n = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-|n|} \frac{1 - \frac{\mu}{\lambda}}{2 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N+1}} \quad -N \leq n \leq N \quad (29)$$

A partir da equação (12) e com os resultados obtidos na equação (29) a distribuição da velocidade resultante é dada por:

$$P[V = v] = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-|n|} \frac{1 - \frac{\mu}{\lambda}}{2 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N+1}} \times \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N-|m|} \frac{1 - \frac{\mu}{\lambda}}{2 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N+1}} \quad (30)$$

Simplificando:

$$P[V = v] = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{2N-|n|-|m|} \left(\frac{1 - \frac{\mu}{\lambda}}{2 - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^N - \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{N+1}} \right)^2 \quad (31)$$

Para simplificar (31) pode-se definir uma nova variável:

$$\rho = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right) \quad (32)$$

Substituindo (32) em (31) pode-se obter a distribuição estacionária da velocidade em 2 dimensões:

$$P[V = v] = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{2N-|n|-|m|} \left(\frac{1 - \rho}{2 - \rho^N - \rho^{N+1}} \right)^2 \quad -N \leq n \leq N \quad (33)$$

4.2. Análise Estacionária da Distribuição da Direção de Movimentação

No modelo proposto a direção de movimentação em dado instante de tempo é obtida a partir dos estados m e n conforme a equação (4). Com base nesta equação e notando-se a existência de vetores proporcionais, a probabilidade do ângulo de movimentação Θ ser igual a θ em determinado instante de tempo t é :

$$P(\Theta = \theta) = \sum_i \sum_j P(V_x = b^m)P(V_y = b^n) \quad \text{tal que } \theta = \text{tg}\left(\frac{b^n}{b^m}\right) \quad (34)$$

Seja T uma variável aleatória que conta o número de mudanças de direção de movimentação de uma EM que se desloca de acordo com o modelo de mobilidade proposto. Uma vez que o tempo que a cadeia passa em determinado estado é exponencial, o número de mudanças de transição em um intervalo de tempo t , é uma variável aleatória que segue uma distribuição de Poisson com média 4λ , se a EM está em repouso, $3\lambda + \mu$ se deslocamento é apenas na direção x ou y e não ocorre na velocidade máxima, $2\lambda + \mu$ se a velocidade é máxima em uma única direção, 2μ se a cadeia está nos estados extremos e $2(\lambda + \mu)$ caso contrário. Então, aproveitando a simetria da cadeia e com o auxílio da equação (29) é possível formular o seguinte resultado para a distribuição de K :

$$\begin{aligned} P(K = k) = & \frac{(4\lambda)^k e^{-4\lambda t}}{k!} P_0^2 + 2 \frac{(3\lambda + \mu)^k e^{-(2\lambda t + \mu)}}{k!} P_0 P_{n=0, m \neq 0, \neq M} + \\ & + 4 \frac{(2\lambda + \mu)^k e^{-(2\lambda + \mu)t}}{k!} P_{n=N, m \neq N} + 4 \frac{(2\mu)^k e^{-2\mu t}}{k!} P_N^2 + \\ & + \frac{(2(\lambda + \mu))^k e^{-2(\lambda + \mu)t}}{k!} \left(\sum_{i=-N-1, \neq 0}^{N-1} \sum_{j=-N-1, \neq 0}^{N-1} P_{xi} P_{yj} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

Como a soma de todas as probabilidades é sempre 1:

$$\begin{aligned} P(K = k) = & \frac{(4\lambda)^k e^{-4\lambda t}}{k!} P_0^2 + 2 \frac{(3\lambda + \mu)^k e^{-(2\lambda t + \mu)}}{k!} (P_0)(1 - P_0 - P_N) + \\ & + 4 \frac{(2\lambda + \mu)^k e^{-(2\lambda + \mu)t}}{k!} (P_N)(1 - P_N) + 4 \frac{(2\mu)^k e^{-2\mu t}}{k!} P_N^2 + \\ & + \frac{\{2(\lambda + \mu)\}^k e^{-2(\lambda + \mu)t}}{k!} [1 - (P_0 + P_N - P_0 P_N)] \end{aligned} \quad (36)$$

De modo semelhante, T é uma variável aleatória que representa o tempo que uma estação passa sem mudar a sua direção. A distribuição de probabilidade cumulativa de T é:

$$P(T \leq t) = \begin{cases} 1 - e^{-4\lambda t} & \text{se } n = m = 0 \\ 1 - e^{-(3\lambda + \mu)t} & \text{se } n = 0 \text{ e } m \neq 0, \neq N \text{ ou } m = 0 \text{ e } n \neq 0, \neq N \\ 1 - e^{-(2\lambda + \mu)t} & \text{se } n = \pm N \text{ e } m \neq \pm N \text{ ou se } m = \pm N \text{ e } n \neq \pm N \\ 1 - e^{-2\mu t} & \text{se } n = m = \pm N \text{ ou se } n = -m = \pm N \\ 1 - e^{-2(\lambda + \mu)t} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (37)$$

5. Resultados Numéricos

O modelo proposto tem 4 parâmetros: a base b , a taxa de aumento de velocidade λ , a taxa de redução de velocidade μ , e a velocidade máxima em uma determinada direção V_{max} . Primeiramente analisou-se o impacto de $\rho = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$ na distribuição da velocidade fixando-se o número de estados N em 4. Desta forma os valores de velocidade possíveis em uma direção são: $0, b^1, b^2, b^3$ e b^4 . Por exemplo se a base for 2 com $N=4$ os valores de velocidade são: 0, 2, 4, 8 e 16. Se a base for 1.5 os valores são: 0, 1.5, 2.25, 3.375 e 5,06.

A probabilidade da velocidade ser b^n está ilustrada no gráfico 3. O gráfico 4 representa a probabilidade da velocidade resultante ser v em função de m e n tal que $v = \sqrt{b^n + b^m}$. A partir destes gráficos podemos entender os diferentes perfis de mobilidade isto é, comportamentos específicos de movimentação, que este modelo apresenta. Se ρ for maior que 1 temos um perfil de baixa velocidade, se ρ for menor que 1 temos um perfil de alta velocidade e se ρ for próximo de 1 temos um perfil mais distribuído onde todas as velocidades são equiprováveis.

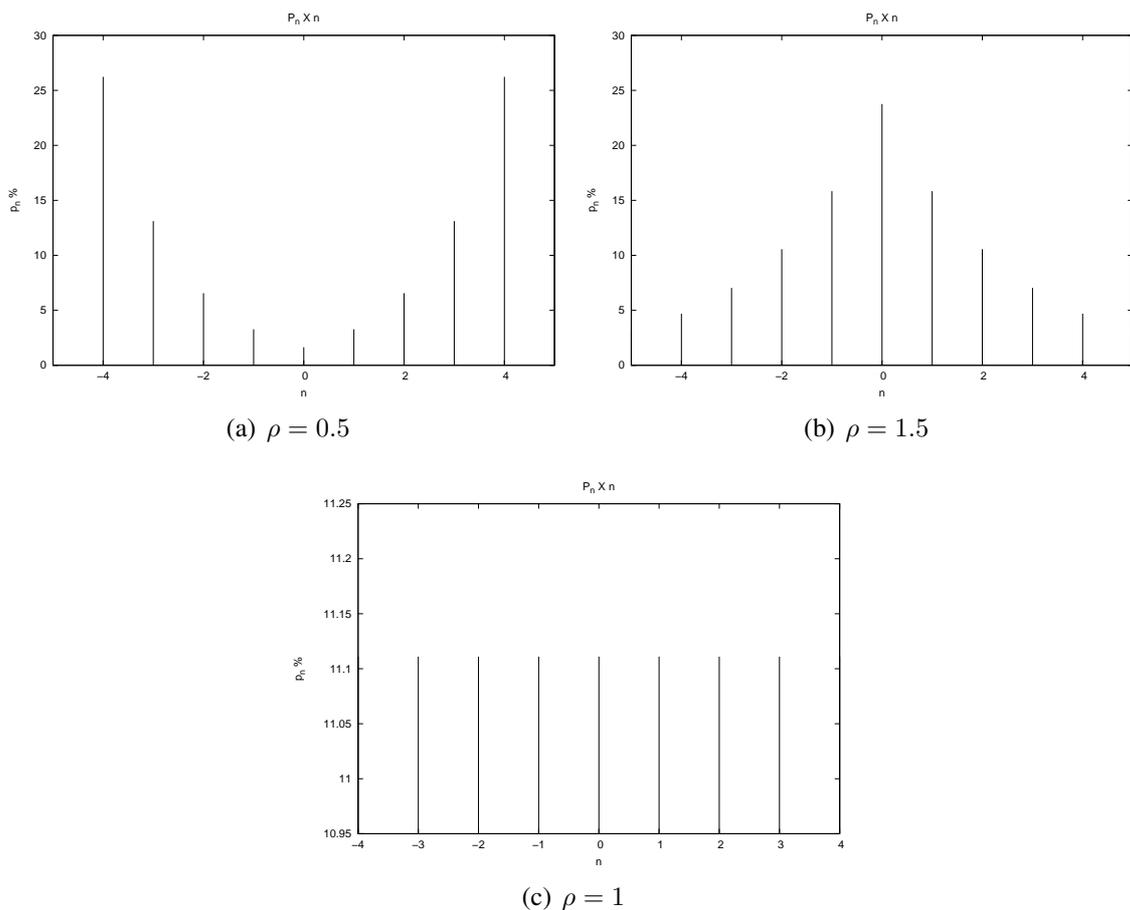
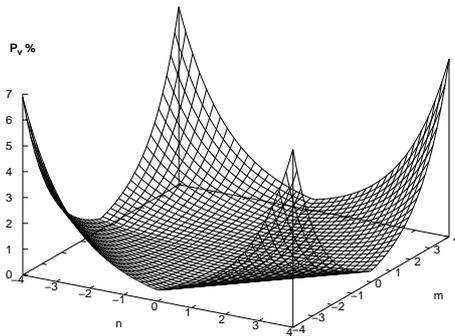
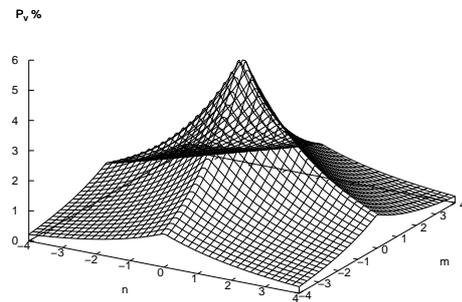


Figura 3. Variação de P_n (%) em função de ρ : (a) $\rho = 0.5$, (b) $\rho = 1.5$ e (c) $\rho = 1$

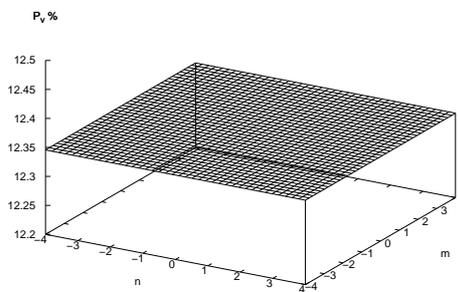
O gráfico 5 (a) ilustra a fração do tempo em que uma estação fica em repouso, em função de ρ . Para valores próximos de 0, a taxa de saída do estado 0 é muito maior que a taxa de chegada neste estado, desta forma o tempo em que uma estação fica parada é



(a) $\rho = 0.5$



(b) $\rho = 1.5$



(c) $\rho = 1$

Figura 4. $P_v(\%)$ em função de ρ : (a) $\rho = 0.5$, (b) $\rho = 1.5$ e (c) $\rho = 1$

mínimo. A medida que a razão $\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)$ aumenta a taxa de chegada ao estado 0 aumenta. Consequentemente aumenta também o tempo de pausa. Estes gráficos estão parametrizados em função do número de estados da cadeia. Para cada curva N vale 2, 4 ou 8.

O gráfico 5 (b) é muito semelhante, só que ilustra a probabilidade de uma estação se deslocar na sua velocidade máxima. Este gráfico é o extremo oposto da figura (a). A medida que ρ aumenta maior é a chance do sistema ir para as extremidades da cadeia fazendo com que a estação se mova com uma velocidade maior.

A distribuição da velocidade é função apenas da razão entre as taxas μ e λ . Não podemos dizer o mesmo do ângulo de movimentação. A partir da equação (37), percebe-se que a distribuição cumulativa de probabilidade de não haver uma mudança de direção é diretamente proporcional às taxas λ e μ . Quanto maior forem os valores das taxas de transição menor é o intervalo de permanência no mesmo estado da cadeia.

A figura 6 representa a densidade cumulativa do tempo de pausa de uma estação que se move de acordo com o modelo. A figura 7 ilustra a distribuição cumulativa de probabilidade de permanência na mesma direção (a) quando a velocidade é máxima (b) nos demais estados intermediários em função do tempo. Pode-se perceber que a taxa de mudança de direção nos estados intermediários é maior do que nos estado extremos ou no

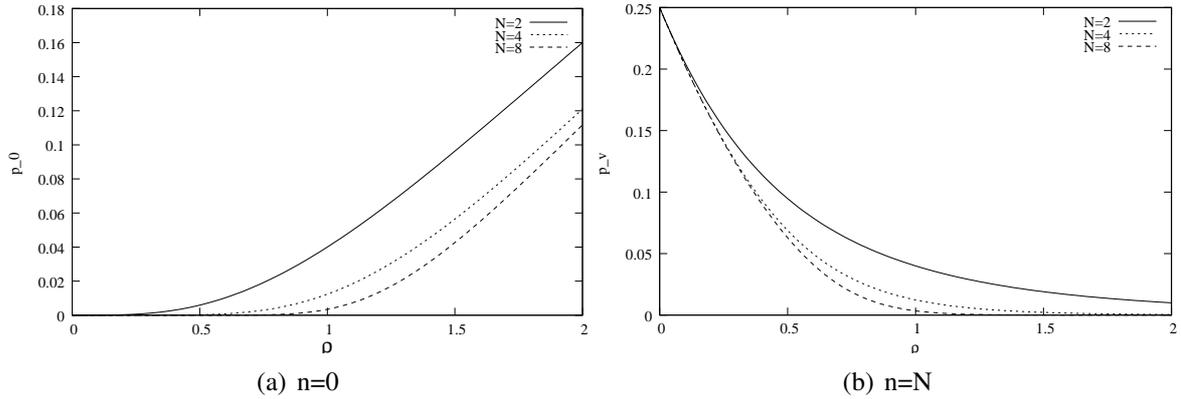


Figura 5. Variação de probabilidade da estação estar: (a) em repouso (b) na velocidade V_{max} em função de ρ

estado central, no entanto, o tempo de permanência nos estados intermediários não é tão sensível a variação das taxas quanto nos estados extremos.

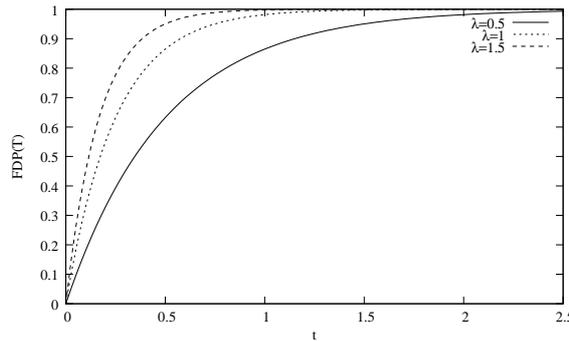


Figura 6. Distribuição cumulativa da probabilidade do tempo de pausa ser menor que t

A partir dos resultados apresentados percebe-se que variando a *razão* ρ entre as taxas λ e μ é possível definir *perfis de velocidade*, perfis com velocidade alta devem ter um ρ perto de zero e perfis de baixa velocidade devem ter um ρ alto.

Se o intuito for representar movimentos suaves com poucas mudanças de direção, deve-se usar valores baixos de λ e μ . Se a intenção for representar movimentos mais caóticos deve-se usar altas taxas de transição.

6. Conclusões e Trabalhos Futuros

As redes *Ad Hoc* podem ser empregadas em diversos cenários. Avaliar o seu desempenho exige muito cuidado com os modelos escolhidos para representar a mobilidade dos nós móveis. Neste trabalho foi proposto um novo modelo de mobilidade Markoviano baseado em um processo de nascimento e morte. Este modelo segue a premissa de que os nós se movimentam com um senso de direção e não aleatoriamente. Fórmulas fechadas para as distribuições estacionárias de velocidade e de direção foram derivadas. Estas fórmulas ajudaram a entender como os parâmetros influenciam o perfil de movimentação de uma estação móvel permitindo uma escolha adequada dos seus parâmetros em função do perfil

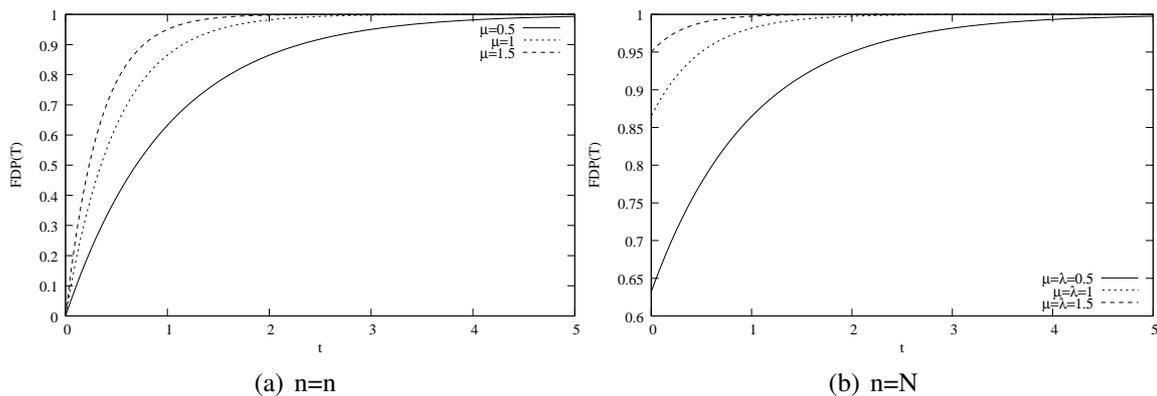


Figura 7. Distribuição cumulativa da probabilidade de não haver mudança de direção quando a estação está (a) na velocidade máxima (b) nas velocidades intermediárias em função do tempo

de movimentação que se quer representar. O modelo é versátil no sentido de possibilitar perfis de baixa ou alta velocidade, com muitas ou poucas mudanças de direção. Analisou-se o impacto da razão entre as taxa de aumento e redução da velocidade, e o impacto do valor destas taxas na direção de movimentação dos nós.

A validação final de qualquer modelo só é feita quando o comportamento previsto pelo modelo é comparável (dentro de uma margem de tolerância) ao comportamento apresentado pelo sistema real. Até o limite do nosso conhecimento, não existe qualquer estudo representativo apresentando registros de movimentação reais de usuários em uma rede *Ad Hoc*. Portanto, ainda não é possível comparar o desempenho dos modelos de mobilidade existentes com um comportamento real de movimentação. Então, como perspectivas de trabalhos futuros pode-se citar a necessidade do desenvolvimento de métodos e métricas para a validação dos diversos modelos existentes na literatura. Também é de interesse dos autores empregar o conhecimento das distribuições estacionárias na redução da fase transiente seguindo as mesmas premissas de [Le Boudec and Vojnovic 2005] e [Navidi and Camp 2004] e, como último objetivo, pretende-se empregar o modelo proposto na avaliação do desempenho de redes móveis.

Referências

- Bettstetter, C. (2001). Smooth is better than sharp: a random mobility model for simulation of wireless networks. In *MSWIM '01: Proceedings of the 4th ACM international workshop on Modeling, analysis and simulation of wireless and mobile systems*, pages 19–27, New York, NY, USA. ACM Press.
- Bettstetter, C., Resta, G., and Santi, P. (2003). The node distribution of the random waypoint mobility model for wireless ad hoc networks. *IEEE Trans. Mobile Computing*, 2(3):257–269.
- Camp, T., Boleng, J., and Davies, V. (2002). A survey of mobility models for ad hoc network research. *Wireless Communications & Mobile Computing (WCMC): Special issue on Mobile Ad Hoc Networking: Research, Trends and Applications*, 2(5):483–502.

- Campos, C. A. V. (2003). Uma modelagem da mobilidade individual para redes móveis ad hoc. *Tese de Mestrado, Coppe/UFRJ*.
- Campos, C. A. V., Otero, D. C., and de Moraes, L. F. M. (2004). Realistic individual mobility markovian models for mobile ad hoc networks. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference-WCNC*.
- da Silva, A. M., Nunes, B. A. A., and de Moraes, L. F. M. (2004). Uma avaliação dos efeitos das regras de borda e dos modelos de mobilidade no comportamento dos nós em redes ad hoc. *VI Workshop de Comunicação Sem Fio e Computação Móvel - WCSF 2004*.
- Haverkort, B. R. (1998). *Performance of Computer Communication Systems: A Model-Based Approach*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA.
- Hong, X., Gerla, M., Pei, G., and Chiang, C.-C. (1999). A group mobility model for ad hoc wireless networks. In *MSWiM '99: Proceedings of the 2nd ACM international workshop on Modeling, analysis and simulation of wireless and mobile systems*, pages 53–60, New York, NY, USA. ACM Press.
- Jardosh, A., Belding-Royer, E. M., Almeroth, K. C., and Suri, S. (2003). Towards realistic mobility models for mobile ad hoc networks. In *MobiCom '03: Proceedings of the 9th annual international conference on Mobile computing and networking*, pages 217–229, New York, NY, USA. ACM Press.
- Kleinrock, L. (1975). *Queuing Systems*, volume 1. John Wiley & Sons Publishers, (New York NY).
- Kurkowski, S., Camp, T., and Colagrosso, M. (2005). Manet simulation studies: the incredibles. *SIGMOBILE Mob. Comput. Commun. Rev.*, 9(4):50–61.
- Le Boudec, J.-Y. and Veitch, D. (2004). Simulating with awareness. *Sigmetrics - Performance 2004 - Tutorials*.
- Le Boudec, J.-Y. and Vojnovic, M. (2005). Perfect Simulation and Stationarity of a Class of Mobility Models. In *Proceedings of the INFOCOM 2005*.
- Lin, G., Noubir, G., and Rajamaran, R. (2004). Mobility models for ad-hoc network simulation. In *Proceedings of the INFOCOM 2004*.
- Navidi, W. and Camp, T. (2004). Stationary distributions for the random waypoint mobility model. *IEEE Trans. Mob. Comput.*, 3(1):99–108.
- Perkins, C. (2001). *Ad Hoc networking*. Addison Wesley.
- Prehofer, C. and Bettstetter, C. (2005). Self-organization in communication networks: principles and design paradigms. *IEEE Communications Magazine*, 43(7):78–85.
- Yoon, J., Liu, M., and Noble, B. (2003). Random waypoint considered harmful. In *Proceedings of the INFOCOM 2003*.