



COPPE/UFRJ

Laboratório de Redes de Alta Velocidade -- RAVEL

**Uma Extensão de Modelo Auto-Similar de Tráfego
Para Fontes com Taxas Variáveis em Redes ATM**

Luís Felipe Magalhães de Moraes -- Coordenador

Jorge Roberto Mendes Filho

Relatório Técnico Ravel/04-97

18/04/97

Índice:

1) Análise de um buffer ATM com entrada de tráfego Auto-similar [33]:	3
1.1) O modelo do multiplex :	3
1.2) Modelo da fonte individual :	3
1.3) Modelo do tráfego agregado :	4
1.4) Modelo de fila utilizada :	7
1.4.1. Modelo Matemático para fila discreta :	8
1.3.1) Aproximação para tamanho de buffer finito :	9
2) Modelo de simulação utilizado :	10
2.1) Geração das variáveis aleatórias [4]:	10
2.2) Comportamento assintótico :	11
3) Comparação do modelo proposto com outros encontrados na literatura :	14
2.1) O Modelo de Movimento Browniano (Fractional Brownian Motion-FBM) :	15
2.2) O modelo $M/G/$:	16
4) Bibliografia :	17

Resumo :

O presente trabalho apresenta a extensão de um modelo de fila apresentado em [33]. Em [33] é feita a análise do sistema de fila com enfoque em rajadas, para levantamento das características estatísticas da fila. Estas rajadas (conjunto com várias células ATM) são geradas pela agregação de um grande número de fontes individuais. No presente trabalho desenvolvemos uma aproximação para que seja feita a análise com enfoque em células. Ao final do trabalho são realizadas comparações com outras propostas de modelos de fila, originárias de publicações em bibliografias especializadas, que visam os mesmos objetivos.

1) Análise de um buffer ATM com entrada de tráfego Auto-similar [33]:

1.1) O modelo do multiplex :

Consideraremos M fontes homogêneas, geradoras de tráfego, alimentando um buffer em comum. As informações são tiradas do buffer a uma taxa constante (servidor). Este modelo é representado na figura 1, a seguir.

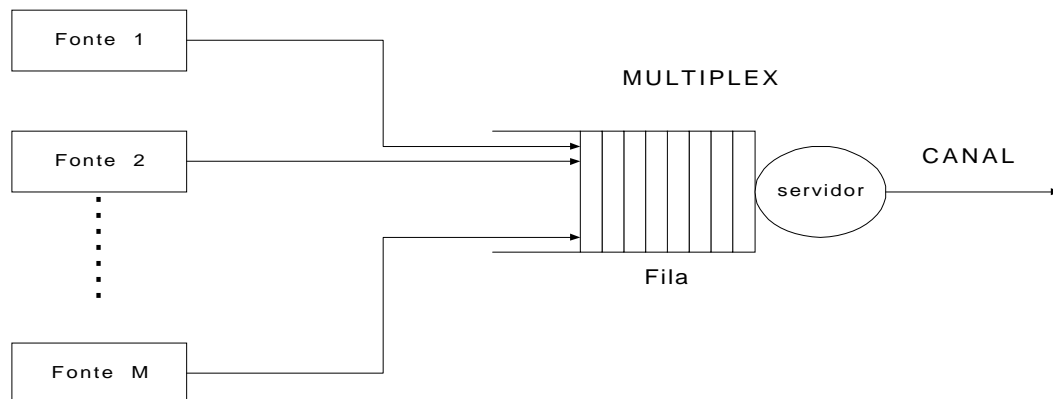


figura 1

1.2) Modelo da fonte individual :

O objetivo é a construção de um modelo matemático para a tráfego agregado, proveniente da superposição das fontes individuais. Queremos modelar de tal forma que o tráfego real tenha as seguintes características :

a) Uma fonte individual comporta-se de tal forma que, em um dado momento, ela começa a gerar rajadas de um número aleatório de células. A distribuição do tamanho da rajada tem "heavy tail", decrescendo como na distribuição de Pareto. Ao final de uma rajada a fonte permanece em silêncio por um intervalo de tamanho aleatório de tempo, como regra, maior que o tamanho da rajada anterior. As fontes individuais (fonte 1, fonte 2, ..., fonte M) são consideradas independentes. Cada fonte, em qualquer instante de tempo $t \in I_{-\infty} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, pode estar em um dos estados : ativo ou inativo. Quando no estado ativo a fonte gera células a uma taxa constante R . No estado inativo não há geração de células. O tempo gasto pela fonte i no próximo l -ésimo estado ativo é chamado período ativo l e é denotado por $\tau_l^{(i)} \in \{1, 2, \dots\}, l \in I_{-\infty}$. Seguindo este período temos o l -ésimo período inativo para esta fonte i denotado por $\theta_l^{(i)} \in \{1, 2, \dots\}$. Estes períodos ativo e inativo irão formar o l -

ésimo ciclo da fonte i de tamanho $\tau_i^{(i)} + \theta_i^{(i)}$. As variáveis aleatórias $\tau_i^{(i)}$ e $\theta_i^{(i)}$ são independentes, sendo $i \in \{1, 2, \dots, M\}, l \in I_\infty$. Esta descrição pode ser visualizada na figura 2, a seguir.

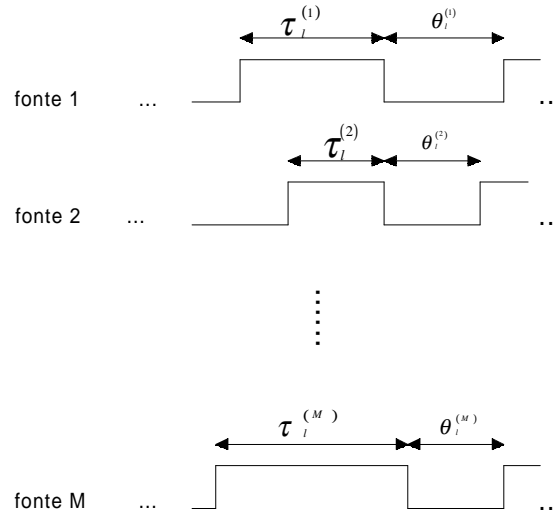


Figura 2

As variáveis aleatórias $\tau_i^{(i)}$, $i \in \{1, 2, \dots, M\}, l \in I_\infty$ tem distribuição idêntica tal que :

$$\Pr\{\tau > t\} \approx t^{-\alpha}, t \rightarrow \infty, 1 < \alpha < 2 \quad (1)$$

onde τ é a variável genérica $\tau_i^{(i)}$. A equação acima quer dizer que $\tau_i^{(i)}$ tem distribuição tipo Pareto com média finita ($a_\tau = E\{\tau\} < \infty$) e variância infinita. As variáveis aleatórias $\theta_i^{(i)}, i \in \{1, 2, \dots, M\}, l \in I_\infty$ são identicamente distribuídas com alguma distribuição genérica $\Pr\{\theta \leq t\}$ com média finita ($a_\theta = E\{\theta\} < \infty$).

b) O número de fontes individuais M é grande tal que pode ser considerado infinito, mas , a intensidade de tráfego total das fontes, é um valor finito e conhecido.

c) A superposição das fontes de tráfego, que origina o tráfego agregado, é assintoticamente auto-similar com parâmetro de Hurst $H > 0.5$

1.3) Modelo do tráfego agregado :

Denotaremos por

$$\omega^{(i)} = (\dots, \omega_{-1}^{(i)}, \omega_0^{(i)}, \omega_1^{(i)}, \dots) \quad (2)$$

as seqüências de instantes de início dos períodos ativos da fonte $i \in \{1, 2, \dots, M\}$; $\omega_{l+1}^{(i)} - \omega_l^{(i)} = \tau_l^{(i)} + \theta_l^{(i)}$. Os processos $\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \dots, \omega^{(M)}$ são mutuamente independentes e identicamente distribuídos. Mais especificamente $\omega^{(i)}$ é um processo de renovação, tendo intervalos entre chegadas entre pontos de renovação distribuídos com a seguinte regra :

$$\Pr\{\omega_{l+1}^{(i)} - \omega_l^{(i)} = k\} = \Pr\{\tau_l^{(i)} + \theta_l^{(i)} = k\} \quad (3)$$

não dependendo de l nem de i . Levando em consideração que $a_\tau + a_\theta < \infty$, podemos assumir que o processo de renovação $\omega^{(i)}$ é estacionário.

Denotaremos a superposição dos processos de renovação $\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \dots, \omega^{(M)}$ por

$$\omega(M) = (\dots, \omega_{-1}(M), \omega_0(M), \omega_1(M), \dots). \quad (4)$$

A seqüência $\omega(M)$ consiste dos $\omega_l^{(i)}$, nos mesmos tempos que estes últimos aparecem. Seja um componente $\omega_s(M)$ o instante de início de um período ativo l para a fonte i (isto é, $\omega_s(M) = \omega_l^{(i)}$) com tamanho de período ativo $\tau_l^{(i)}$. $\tau_l^{(i)}$ pode ser considerado como marca da componente $\omega_s(M)$ e pode ser denotado como $\tau_s(M)$. Formamos então o processo agregado

$$[\omega(M), \tau(M)] = [\dots, (\omega_{-1}(M), \tau_{-1}(M)), (\omega_0(M), \tau_0(M)), (\omega_1(M), \tau_1(M)), \dots] \quad (5)$$

com todas as marcas $\tau_s(M)$ sendo mutuamente independentes. O modelo do tráfego agregado que estamos construindo será descrito pelo processo $[\omega(M), \tau(M)]$ com $M \rightarrow \infty$. Denotaremos o processo no limite por (ω_s, τ_s) , $s \in I_\infty$. Se não mudamos as distribuições dos períodos ativos e inativos quando $M \rightarrow \infty$ a intensidade de tráfego tende a infinito. Para evitar isso aumentaremos a_θ de tal forma que a intensidade de tráfego $\lambda = M/(a_\theta + a_\tau)$ mantenha-se constante.

Denotaremos o número de períodos ativos que aparecem em um intervalo de tempo $[t_i, t_{i+1})$, $i \in I_\infty$ no processo de superposição $\omega(M)$ por $\xi_i(M)$. A seqüência $\xi(M) = (\dots, \xi_{t_{-1}}(M), \xi_{t_0}(M), \xi_{t_1}(M), \dots)$ é um processo aleatório no eixo dos tempos I_∞ tendo as componentes aleatórias $\xi_i(M)$ com valores no conjunto $I_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Pode ser mostrado [4], que para qualquer , qualquer $t_1, t_2, \dots, t_n \in I_{-\infty}, t_i \neq t_j$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$, quando $M \rightarrow \infty$, fazendo com que o valor $\lambda = M / (a_\theta + a_\tau)$ e a distribuição $\Pr\{\tau \leq t\}$ não se alterem, mas $\Pr\{\theta \leq t\} \rightarrow 0$ para qualquer $t < \infty$ então :

$$\Pr\{\xi_{\mathcal{S}_i}(M) = k_i\} = \Pr\{\xi_{\mathcal{S}_i}(\infty) = k_i\} = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{k_i}}{k_i!} \quad (6)$$

ou seja, quando $M \rightarrow \infty$, a seqüência $\xi = \xi(\infty)$ no limite é um processo de Poisson no eixo discreto dos tempos.

Seja Y_t a taxa total de geração de células para o tráfego agregado no tempo $t \in I_{-\infty}$. Considere a fonte i . Denotaremos $y_t^{(i)}$ a geração de taxa de células para a fonte i no instante t , então :

$$y_t^{(i)} = \begin{cases} R, & \text{se a fonte esta ativa} \\ 0, & \text{se a fonte esta inativa} \end{cases}$$

Considerando que o processo seja estacionário, a probabilidade que a fonte i esteja no estado ativo é $p = a_\tau / (a_\tau + a_\theta)$. Logo temos para uma fonte individual :

$$\begin{aligned} E\{y_t^{(i)}\} &= R \cdot p, \\ E\{(y_t^{(i)})^2\} &= R^2 \cdot p \end{aligned} \quad (7)$$

Como temos independência entre as fontes podemos escrever :

$$E\left\{\sum_{i=1}^M y_t^{(i)}\right\} = M \cdot R \cdot p, \quad E\left\{\sum_{i=1}^M (y_t^{(i)})^2\right\} = M \cdot R^2 \cdot p \quad (8)$$

No limite, quando $M \rightarrow \infty$ e quando $\lambda = M / (a_\theta + a_\tau)$, temos :

$$\begin{aligned} E\{Y_t\} &= R \cdot \lambda \cdot a_\tau, \\ E\{(Y_t - E\{Y_t\})^2\} &= R^2 \cdot \lambda \cdot a_\tau \end{aligned} \quad (9)$$

Em [33] é mostrado que o processo de tráfego agregado $Y = (\dots, Y_{-1}, Y_0, Y_1, \dots)$ é assintoticamente auto-similar com parâmetro de Hurst $H = (3 - \alpha) / 2 > 0.5$.

Podemos perceber que, esta situação, na qual este modelo de tráfego agregado, quando alimentando uma fila (no presente caso representada pelo multiplex), pode ser aproximado por um sistema M/G/1, sendo as rajadas (períodos ativos) os usuários do

sistema e a distribuição do tempo de serviço de acordo com o tamanho da rajada. Neste mesmo trabalho é feita uma análise para a ocupação do buffer em termos das rajadas. Agora nosso objetivo é estender o modelo de tal forma que possamos estudar o mesmo modelo só que considerando a ocupação do multiplex em termos de células (que formam as rajadas) e considerando a probabilidade de perda para o caso de buffer finito.

Passaremos então à descrição de um modelo de filas utilizado para aproximar o comportamento da fila (a nível de célula) de um multiplex quando este é alimentado pelo tráfego agregado descrito acima.

1.4) Modelo de fila utilizada :

Para realizar um estudo da fila, cujo o tráfego de entrada foi descrito na seção anterior, utilizaremos um modelo de fila discreto (ou seja o tempo é dividido em intervalos discretos chamados slots). Consideraremos um tráfego de entrada composto de usuários, um espaço para armazenar estes usuários, chamado de buffer e um servidor que serve os usuários se estes existirem no buffer. Consideraremos aqui o estado do sistema como sendo o número de unidades encontradas no sistema, no momento de saída de um usuário do sistema. Consideraremos que quando um usuário tem seu serviço finalizado ele sai do sistema e imediatamente o primeiro usuário (se houver) encontrado na cabeça da fila será servido.

Consideraremos que o tempo de serviço para um usuário (no caso uma célula ATM) seja determinístico e igual a um slot de tempo. Também consideraremos que durante um slot podem chegar um certo número de células, sendo este número distribuído por uma certa distribuição de probabilidade. Como indicado no item anterior, considerando-se uma unidade de tempo, o número de períodos ativos (rajadas) que surgem neste intervalo é dado por uma distribuição de Poisson. Ou seja durante o serviço de uma célula o número de rajadas que chegam ao sistema é dado por uma distribuição de Poisson. As rajadas, por sua vez, são compostas por um certo número de células. Logo durante o período de serviço de uma célula chegam várias células decorrentes das chegadas dos vários grupos (rajadas) que são constituídos por várias células. Se considerarmos os períodos de observação do sistema, para efeito de cálculos, como o final de um slot de serviço podemos nos abstrair das rajadas em si e consideramos somente o grupo de células (somatório das células componentes das várias rajadas). Esta idéia pode ser melhor observada na figura 3, a seguir :

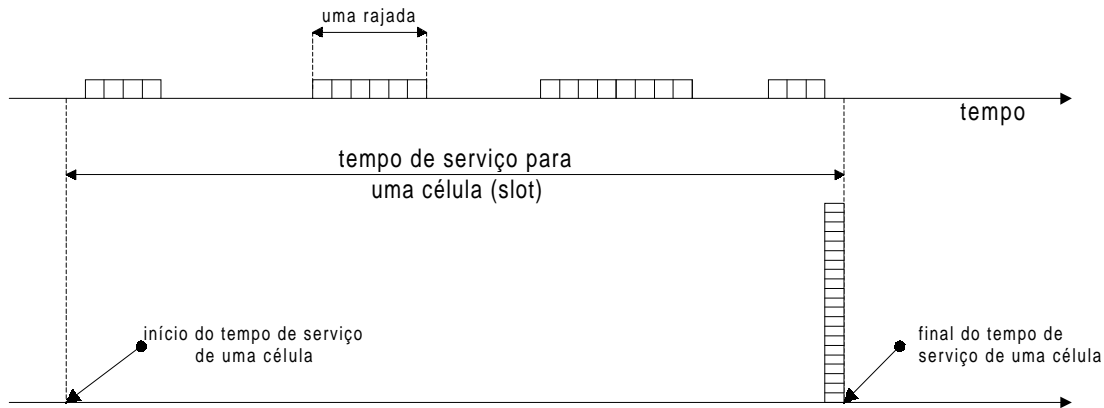


Figura 3

Dentro deste contexto sabemos que o número de rajadas dentro de um slot de tempo é dado por uma distribuição de Poisson e que o tamanho da rajada é dado por uma distribuição de Pareto podemos calcular a distribuição de probabilidade do número de células que chegam ao sistema no período de um slot de tempo. Sendo h_i a probabilidade de que o tamanho da rajada seja de i células (definindo sua função distribuição de probabilidade através da seqüência $h_1h_2h_3h_4h_5\dots$) sabemos que a probabilidade de chegarem i células dado que chegaram n grupos é dado por y_{in} onde:

$$y_{in} = h_i * h_i * h_i * \dots * h_i \quad n \text{ vezes.} \quad (10)$$

O símbolo $*$ representa a convolução discreta entre as seqüências. Através da distribuição de Poisson sabemos a probabilidade de chegarem m grupos (a_m). Para determinarmos a probabilidade b_i de chegarem i células fazemos :

$$b_i = \sum_{n=1}^{\infty} y_{in} \cdot a_n \quad (11)$$

Agora passaremos à descrição do modelo de resolução deste sistema de filas discreto.

1.4.1. Modelo Matemático para fila discreta :

O modelo utilizado é baseado em [32]. Em um slot podem chegar i células com probabilidade b_i ($i = 0,1,2,\dots$). Calcularemos a probabilidade p_i (estado i) de, ao final de um intervalo de serviço (slot), a célula que sai deixe i células no sistema. . Por exemplo se o presente estado é i , com i diferente de zero, então o próximo estado será $(i+j-1)$ com probabilidade b_j se j unidades chegam durante o próximo período de serviço. Se o sistema está vazio em um dado slot então a probabilidade de que o próximo estado seja i é dado por :

$$\text{Prob}[0 \rightarrow i] = \sum_{k=1}^{i+1} c_k \cdot b_{i-k+1} \quad (12)$$

onde c_k é a distribuição de probabilidade do número de usuários que chega durante um slot de tempo dado que ocorreram chegadas e $c_k \cdot b_{i-k+1}$ representa a probabilidade conjunta que o número de usuários que chegam no próximo slot seja k e $(i-k+1)$ usuários cheguem durante o período do serviço sucessivo. A partir das probabilidades de transição podemos escrever as equações diferenciais para obtenção dos valores de $p_i, i = 0, 1, 2, \dots$:

$$\begin{aligned} p_0 &= p_0 c_1 b_0 + p_1 b_0 \\ p_1 &= p_0 (c_1 b_1 + c_2 b_0) + p_1 b_1 + p_2 b_0 \\ p_2 &= p_0 (c_1 b_2 + c_2 b_1 + c_3 b_0) + p_1 b_2 + p_2 b_1 + p_3 b_0 \end{aligned} \quad (13)$$

...

onde $p_0 = \frac{1-\rho}{c_{med}}$ onde ρ é o fator de utilização do sistema (número médio de usuários que chegam durante um intervalo de serviço-slot) e c_{med} representa o tamanho médio da distribuição de probabilidade c_k . A descrição do modelo é completada com a obtenção da distribuição de probabilidade b_k foi indicada na seção 1.3. Vale ainda ressaltar que temos a seguinte relação entre b_k e c_k dada por :

$$c_k = \frac{b_k}{1-b_0}. \quad (14)$$

É importante observar que a probabilidade p_i é computada no instante de saída de uma célula (que ocorre ao final de um slot de tempo) e não ao final de todos os slots de tempo (em um determinado slot de tempo pode não haver saída de células).

1.3.1) Aproximação para tamanho de buffer finito :

Nosso objetivo é ainda computar a distribuição de estados do sistema, agora denotado por $p(L)_i$ para o estado i , ou seja a probabilidade que o usuário que saia do sistema deixe nele i usuários. Para o sistema com tamanho de buffer finito de tamanho L consideraremos que se o número de usuários chegando em um slot exceder o número de vagas existentes no buffer o excesso de usuários neste slot será perdido. Caso um grupo de usuários que chegue encontre o mesmo buffer totalmente ocupado todo o grupo será perdido. Neste contexto ainda consideraremos que se o buffer estiver totalmente cheio e um usuário no serviço so iremos ter uma vaga no buffer

após o final do serviço do usuário que encontra-se na cabeça da fila. Ou seja devemos computar apenas $p(L)_0, p(L)_1, \dots, p(L)_{L-1}$. De acordo com [32] temos que :

$$\frac{p(L)_i}{p(L)_0} = g_i, \quad i = 1, 2, \dots, L-1 \quad (15)$$

onde os valores de g_i são gerados de : $\frac{p_i}{p_0} = g_i$ onde os valores de p_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) são obtidos através dos cálculos feitos para buffer infinito. Como sabemos que a soma dos $p(L)_i$ é igual a um e sabemos as proporções entre si, temos a distribuição do sistema para a caso de buffer finito.

2) Modelo de simulação utilizado :

Consideraremos para a simulação um modelo de fila discreta que recebe usuários (no presente células) em intervalos de tempo determinísticos T_1, T_2, \dots e definimos :

- X_i : número de células que chegam durante o i -ésimo intervalo de tempo (slot);
- d : número de células que são transmitidas em um intervalo de tempo (slot);
- V_i : conteúdo do buffer (em número de células) ao final do i -ésimo intervalo de tempo (slot);

Uma vez que dispomos das informações acima podemos escrever a seguinte equação que rege este sistema :

$$V_i = (V_{i-1} + X_i - d)^+ \quad (16)$$

onde $x^+ = \max(x, 0)$. Podemos notar que o cálculo da distribuição de probabilidade do tamanho da fila neste caso será obtido a partir do estado da fila ao final de cada slot, não levando-se em consideração se há saída de células ou não. Para simular o modelo apresentado em 1.4.1 devemos computar os valores de V_i somente quando $(V_{i-1} + X_i) \neq 0$ (ou seja, há saída de células). Para o caso de buffer finito, de tamanho K , temos ainda a seguinte expressão :

$$V_i = \min\{(V_{i-1} + X_i - d)^+, K\}. \quad (17)$$

2.1) Geração das variáveis aleatórias [4]:

Queremos gerar variáveis aleatórias que possuam uma dada distribuição de probabilidade. Por exemplo, seja os valores de :

$$\Pr\{X = x_j\} = P_j, j = 0,1,2,\dots, \sum_j P_j = 1, \text{ conhecidos.} \quad (18)$$

Para simular X consideraremos a variável aleatória U , uniformemente distribuída no intervalo $(0,1)$. Logo podemos obter os valores da variável aleatória através da seguinte regra :

$$X = \begin{cases} x_1 & \text{se } U < P_1 \\ x_2 & \text{se } P_1 < U < P_1 + P_2 \\ x_3 & \text{se } P_1 + P_2 < U < P_1 + P_2 + P_3 \\ \dots & \\ x_j & \text{se } \sum_1^{j-1} P_i < U < \sum_1^j P_i \\ \dots & \end{cases} \quad (19)$$

Para o nosso caso específico geramos o valor de X_i (número de células que chegam ao sistema no i -ésimo slot), para a simulação do sistema representado pela equação (16) , a partir da distribuição de probabilidade de b_i (probabilidade que cheguem i células em um slot de tempo) obtida através da equação (11).

2.2) Comportamento assintótico :

Em termos de tempo de computação e simplicidade do algoritmo é interessante obtermos uma estimativa rápida e correta para a determinação do comportamento da fila. Em [42] é apresentada uma expressão que representa o comportamento assintótico de uma fila modelada de acordo com a equação (16) e cujas chegadas são subexponenciais.

De acordo com [42] temos a seguinte definição : A função distribuição de probabilidade $F(x)$ em $[0,\infty)$ é chamada subexponencial se :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - F^{2\otimes}(x)}{1 - F(x)} = 2 \quad (20)$$

onde $F^{2\otimes}(x)$ denota a convolução da função $F(x)$ com ela mesma. Alguns exemplos de função subexponenciais são :

- Distribuição de probabilidade de Pareto (a que estamos utilizando) :

$$F(x) = 1 - (x - \beta + 1)^{-\alpha} \text{ com } x > \beta > 0, \alpha > 0$$

- Distribuição de probabilidade lognormal :

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right), \mu \in R, \sigma > 0 \text{ onde } \Phi \text{ é a distribuição normal padrão}$$

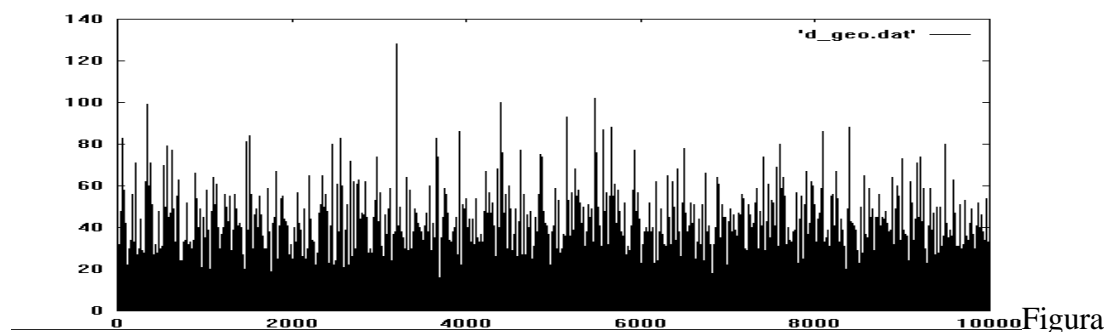
- Distribuição de probabilidade Weibull :

$$F(x) = 1 - e^{-x^b} \text{ para } 0 < b < 1$$

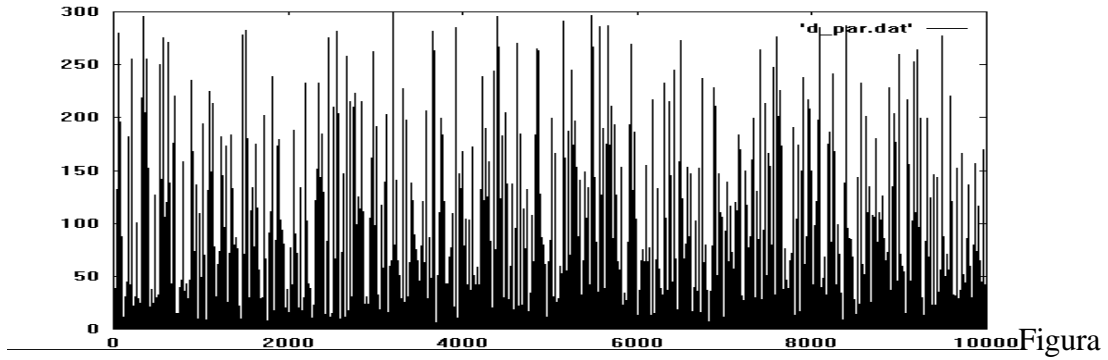
Para uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas $\{X_n, n \geq 1\}$ podemos dizer que a seguinte propriedade é válida :

$$\Pr[X_1 + X_2 + \dots + X_n] \approx n \cdot \Pr[X_1 > x] \quad (21)$$

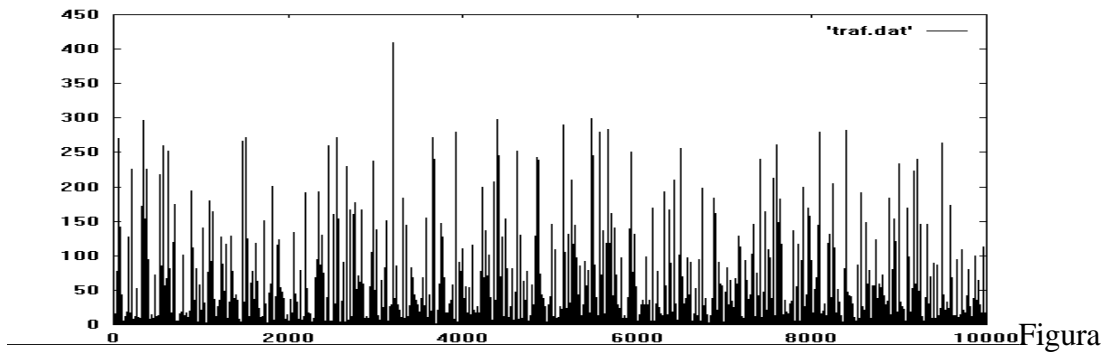
Em outras palavras, na seqüência iid, os maiores picos tendem a ser isolados e como estas distribuições são "heavy-tail" estes picos são extremamente grandes e dominam a seqüência isto pode ser visto nas figuras 4, 5 e 6 a seguir.



4



5



6

As figuras 4, 5 e 6 representam seqüências simuladas, com aproximadamente as mesmas médias, da distribuição geométrica, de pareto e da distribuição obtida a partir do modelo apresentado em 1.4 . Podemos observar que, com exceção da distribuição geométrica (que tem características de decaimento exponencial da sua função distribuição de probabilidade), as outras duas apresentam picos isolados e de grandes valores.

Seja K a distribuição de probabilidade de X_i da equação (16). Então se K é subexponencial então temos [42] :

$$\Pr[Q_t > x] \approx \frac{1}{E(C_t) - E(A_t)} \int_x^\infty \Pr[A_t > u] du \quad a \text{ medida que } x \rightarrow \infty. \quad (22)$$

Como temos uma distribuição discreta para os valores de A_t , a equação acima é reescrita como :

$$\Pr[Q_t > x] \approx \frac{1}{E(C_t) - E(A_t)} \sum_{i=x}^\infty \Pr[A_t > i] \quad a \text{ medida que } x \rightarrow \infty. \quad (23)$$

Esta equação representa um comportamento assintótico da fila quando alimentada por um tráfego que tem propriedades subexponenciais (long-tail). A figura 7 abaixo representa a aplicação dos resultados obtidos na seção 1.4.1, mais especificamente equação 13 (m01.dat), da equação 23 representando o comportamento assintótico da fila modelada pela equação $V_i = (V_{i-1} + X_i - d)^+$ e pelas suas respectivas simulações (sm01.dat e ssm01.dat). Os valores do parâmetro de Hust e o de Poisson são respectivamente 1.5 e 0.01 enquanto que a capacidade do multiplex é uma célula por slot. No eixo das ordenadas temos a probabilidade de que ao final de cada slot a ocupação no buffer seja do respectivo número de células encontrado neste instante. As duas curvas situadas mais acima (m01.dat e sm01.dat) representam este acontecimento somente quando há saída de uma célula e as duas mais abaixo (ssm01.dat e ass01.dat) ao final de cada slot havendo saída de células ou não.

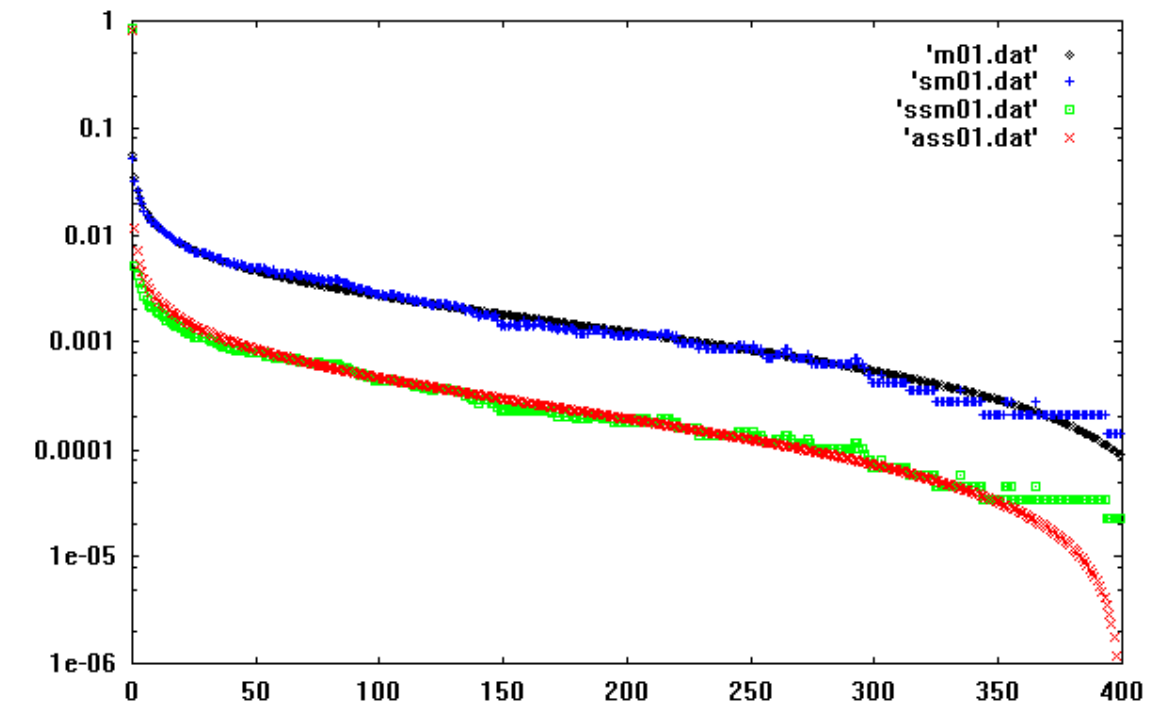


Figura 7

3) Comparação do modelo proposto com outros encontrados na literatura :

Nesta seção do presente trabalho faremos algumas comparações entre o modelo proposto com outros encontrados na literatura. Para isso apresentaremos rapidamente os modelos a serem comparados, citando as suas referências para uma melhor consulta. A partir do momento em que podemos variar o parâmetro de Husrt (H) e a taxa de Poisson (λ) do modelo aqui proposto, a comparação ideal seria aquela

em que os outros modelos apresentassem os mesmos parâmetros, porém nem sempre isso é possível.

2.1) O Modelo de Movimento Browniano (Fractional Brownian Motion-FBM) :

O tráfego *fractional Brownian*, de acordo com [36], onde Z_t é um FBM normalizado e A_t é o tráfego oferecido no intervalo de tempo $[0,t)$ é representado pela seguinte expressão :

$$A_t = m \cdot t + \sqrt{a \cdot m} \cdot Z_t, \quad t \in (-\infty, +\infty). \quad (24)$$

O processo tem três parâmetros, m , a e H com as seguintes interpretações:

- $m > 0$, é taxa média de chegada ;
- $a > 0$, é um coeficiente de variância ;
- $H \in [1/2, 1)$ é o parâmetro de Hurst associado a Z_t .

$Z(t)$ é um objeto matemático que não tem dimensão física e o parâmetro t também não. Se a quantidade de trabalho (quantidade de informação a ser transmitida) é dada em bits e o tempo é medido em segundos então a tem dimensão de bits²/segundos. O parâmetro de Hurst, como já dito anteriormente não tem dimensão.

O fator \sqrt{m} é motivado pela seguinte propriedade de superposição : A soma $A_t = \sum_{i=1}^K A_t^{(i)}$ de K tráfegos com parâmetros a e H mas taxas individuais m_i pode ser escrita como $A_t = m \cdot t + \sqrt{a \cdot m} \cdot Z_t$, onde $m = \sum_{i=1}^K m_i$ e Z_t é um FBM com parâmetro H . Logo podemos fazer a separação dos parâmetros do tráfego, sendo que a e H representam "qualitativamente" o tráfego enquanto que m representa o tráfego "quantitativamente". Para grandes valores de t pode ser provado que :

$$Var(A_t) = m \cdot a \cdot t^{2H}. \quad (25)$$

De posse deste última equação, é possível fazer a comparação entre os modelos, uma vez que o valor da taxa média, juntamente com o parâmetro de Hurst, são conhecidos do modelo proposto do presente trabalho.

Considere o processo *fractional Brownian traffic* com parâmetros m , a e H alimentando uma fila com capacidade C (um intervalo de tempo de transmissão de uma célula) tal que $C > m$. Em [36] é deduzida a seguinte fórmula representativa da ocupação de um sistema de fila com capacidade de armazenamento infinito, quando alimentado pelo tráfego descrito :

$$\Pr(X > x) \approx \exp\left(-\frac{(C-m)^{2H}}{2 \cdot k(H)^2 \cdot a \cdot m} \cdot x^{2-2H}\right) \quad (26)$$

onde $k(H) = H^H(1-H)^{1-H}$.

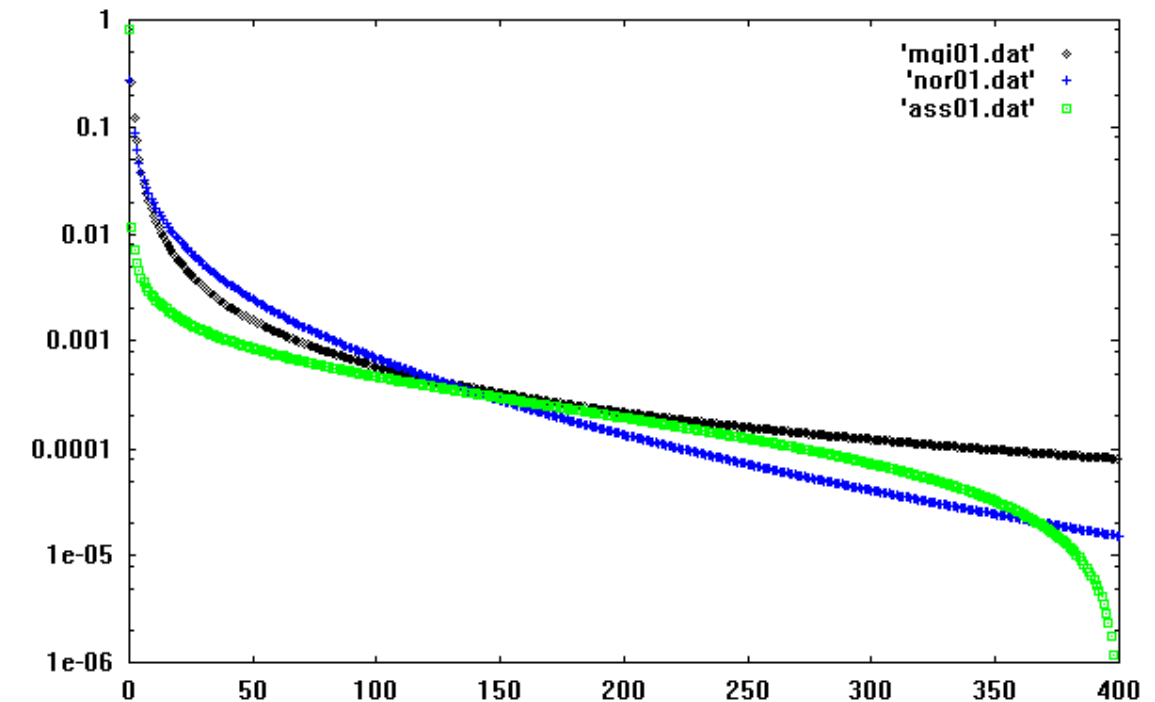
2.2) O modelo $M/G/\infty$:

Este modelo é obtido gerando-se usuários de acordo com processo de Poisson de tempo discreto e oferecendo-os a um grupo de número infinito de servidores, assumindo-se que distribuição de serviço para os usuários é comum e é dada por uma distribuição de Pareto discreta com parâmetro α , $1 < \alpha < 2$, de acordo com [37]. O processo que conta o número de servidores ocupados no início de um slot é o que chamamos modelo de entrada $M/G/\infty$. Este processo é assintoticamente auto-similar com parâmetro de Hurst $H = (3-\alpha)/2 > 0.5$. Em [37] é mostrado que, se este tráfego alimenta o multiplex, o regime assintótico no buffer em estado estacionário é caracterizado por:

$$\Pr[X > x] \geq x^{-(1-2H)(C-m)+o(1)}, \text{ a medida que } x \rightarrow \infty \quad (27)$$

onde C, m e H tem as mesmas interpretações que em 2.1.

A figura 8, a seguir, faz a comparação entre os modelos apresentados em 2.1, 2.2 e o comportamento assintótico apresentado em 2.2. No eixo das ordenadas temos a probabilidade de que ao final de um slot tenhamos o respectivo número de células armazenadas no buffer (eixo das abcissas). Os parâmetros são os mesmos que na figura acima.



4) Bibliografia :

[1] Onvural, Raif O. , "Asynchronous Transfer Mode Networks : Performance Issues", Artech House, inc ,1994.

[2] V.S. Frost e B. Melamed , "Traffic Modeling For Telecommunications Networks", IEEE Communication Magazine, março de 1994, pags 70-81.

[3] B. Maglaris, D. Anastassiou, P. Sen, G. Karlsson and J. Robbins , "Performance models of statistical multiplexing in packet vídeo communications", IEEE Trans. on Commun., vol 36 pags 834-844, july 1988.

[4] Ross, Sheldon M. , "Introduction to Probability Models", Fourth Edition ,Academic Press, Inc 1989.

[5] L. Kleinrock, Queuing Systems, vol 1 , New York : Willey 1975.

[6] B. Maglaris, D. Anastassiou, P. Sen, N. Rikli, "Models for Packet Switching of Variable-Bit-Rate Video Sources", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 7, junho 1989, pags 865-869.

- [7] J. N. Diagle e J. D. Langford , "Models for Analysis of Packet Voice Communication Systems", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol 6 , setembro 1986, pags 847-855.
- [8] H. Heffes e D. M. Lucantoni, "A Markov modulated characterization of packet voice and data traffic and related statistical multiplexer performance", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol 4 pags 856-868, setembro de 1986.
- [9] R. Nagarajan, J. F. Kurose, Don Towsley, "Approximation Techniques for Computing Packet Loss in Finite-Buffered Voice Multiplexers", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol 9, pags 368-377, abril de 1991.
- [10] Commission of European Communities, "COST 224 Performance evaluation and design of multiservice networks", outubro de 1991.
- [11] J. A. Suruagy Monteiro, "Rede Digital de Serviços Integrados de Faixa Larga (RDSI-FL), IX Escola de Computação, Recife, 24 a 31 de julho de 1994.
- [12] Gusella, R. , "Characterizing the Variability of Arrival Processes with Indexes of Dispersion", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol 9, pags 203-211, fevereiro de 1991.
- [13] R. Guerin, H. Ahmadi e M. Naghshineh, "Equivalent capacity and its application to bandwidth application in high-speed networks", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol 9, pags 968-981, setembro de 1991.
- [14] Anwar I. Elwalid and Debasis Mitra, "Effective Bandwidth of General Markovian Traffic Sources and Admission Control of High Speed Networks", IEEE/ACM Transactions on Networking, pags 329-343, junho de 1993.
- [15] Gagan L. Choudury, David M. Lucantoni, and Ward With, "Squeezing the Most Out ATM" , IEEE Trans. on Commun., vol. 44,pags 203-217, fevereiro de 1996.
- [16] Aurel A. Lazar, Predrag R. Jelenkovic, "On Dependence of Queue Tail Distribution on Multiple Times Scales of ATM Multiplexers"

- [17] W. E. Leland, M. S. Taqqu, W. Willinger and D. V. Wilson, "On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version)", IEEE/ACM Transactions on Networking, vol 2, pages 1-16, fevereiro de 1994.
- [18] J. Beran, R. Sherman, M. S. Taqqu and W. Willinger, "Long-Range Dependence in Variable-Bit-Rate Video Traffic", IEEE Trans. on Commun., vol. 43, pages 1566-1579 fevereiro/março/abril de 1995.
- [19] H. J. Fowler, Will E. Leland, "Local Area Network Traffic Characteristics, with Implications for Broadband Network Congestion Management", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 9, setembro de 1991.
- [20] P. Skelly, M. Schwartz e S. Dixit, "A histogram-based model for video traffic behavior in an ATM multiplexer", IEEE/ACM Transactions on Networking, vol 1, pages 446-459, agosto de 1993.
- [21] P. Skelly, M. Schwartz e S. Dixit, "A Histogram-Based Model for Video Traffic Behavior in an ATM Network Node with an Application to Congestion Control", IEEE INFOCOM 1992 pages 95-104, maio de 1992.
- [22] R. Gruenfelder, J. P. Cosmas, S. Manthrope e A. Odinma-Okafor, "Characterization of video codecs as autoregressive moving average processes and related queuing system performance", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 9, abril de 1991, pages 284-293.
- [23] B. Melamed, D. Raychaudhuri, B. Sengupta e J. Zdepski, "TES-Based Traffic Modeling For Performance Evaluation Of Integrated Networks", IEEE INFOCOM 1992 pages 75-84, maio de 1992.
- [24] B. Melamed, D. Raychaudhuri, B. Sengupta e J. Zdepski, "TES-Based Traffic Modeling For Performance Evaluation Of Integrated Networks", Proceedings of the IEEE Global Communications Conference, (Phoenix, Arizona), dezembro de 1993.
- [25] Aurel A. Lazar, Giovanni Pacifini e Dimitrios E. Pendarakis, "Modelling Video Sources for Real-Time Scheduling", Department of Electrical Engineering and Center for Telecommunications Research, Columbia University, New York.

- [26] B. B. Mandelbrot e J. W. Van Ness, "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications", *SIAM Review*, vol. 10, 1968, pags 422-437.
- [27] C. W. Grange e R. Joyeux, "An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differing", *Times Series Anal.*, vol 1, 1980, pags 15-29.
- [28] G. D. Stamoulis, M. E. Anagnostou e A. D. Georgantas, "Traffic source models for ATM networks : a survey ", *Computer Communications*, vol. 17 , número 6, junho de 1994, pags 428-438.
- [29] R. C. F. Tucker, "Acurate Method for Analysis of a Packet_Speech Multiplexer with Limited Delay", *IEEE Trans. on Commun.*, vol 36, número 4, abril de 1988, pags 479-483.
- [30] P. R. Jelenkovic, A. A. Lazar e N. Semret, " The Effect of Multiple Time Scales and Subexponentiality of MPEG Video Streams on Queueing Behavior", Department of Electrical Engineering and Center for Telecommunications Research, Columbia University, New York.
- [31] D. P. Heyman and T. V. Lakshman , "Source Models for vbr broadcast video traffic", *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 4 pags 40-48, fevereiro de 1996.
- [32] M. S. Schmookler, "Limited Capacity Discrete Time Queues with Single or Bulk Arrival", IBM Corporation, Systems Development Division, junho de 1970.
- [33] N. Likhanov, B. Tsybakov e N. D. Georganas, "Analysys of an ATM Buffer with Self-Similar ("Fractal") Input Traffic, *Proc. IEEE INFOCOM 95*, Boston, abril de 1995.
- [34] V. Paxson e S. Floyd, "Wide Area Traffic : The Failure of Poisson Modeling", *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 3, número 3, junho de 1995.
- [35] M. F. Abdalla, "Análise de Mecanismos de Controle de Admissão de Conexão para Redes ATM", Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, PEE/COPPE/UFRJ, 117 p, Rio de Janeiro, setembro de 1996.

- [36] I. Norros, "On the Use of Fractional Brownian Motion in the Theory of Connectionless Networks", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 13, número 6, agosto de 1995.
- [37] D. P. Heyman and T. V. Lakshman, "What Are the Implications of Long-Range Dependence for VBR-Video Traffic Engineering ?", IEEE/ACM Transactions on Networking, vol. 4, número 3, junho de 1996.
- [38] K. Sriram e W. Whitt, "Characterizing superposition arrival processes in packet multiplexers for voice and data", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, setembro de 1986.
- [39] A. Erramilli, O. Narayan e W. Willinger, "Experimental Queuing Analysis with LongRange Dependent Packet Traffic", IEEE/ACM Transactions on Networking, abril de 1996.
- [40] D. Anick, D. Mitra e M.M. Sondhi, "Stochastic theory of data-handling system with multiple sources" , Bell Syst. Tech. J., vol. 61, pags 1871-1894, 1982.
- [41] M. F. Neuts, Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models : An Algorithmic Approach, Baltimore, MD : Johns Hopkins Univ. Press, 1981. "A versatile Markovian point process", J. Appl. Prob., vol. 16, pags 764-779, dezembro de 1979.
- [42] P. R. Jelenkovic, A. A. Lazar, "The Asymptotic Behavior of a Network Multiplexer with Multiple Time Scale and Subexponential Arrivals", Department of Electrical Engineering and Center for Telecommunications Research, Columbia University, New York.<http://ctr.columbia.edu>